Mittlere-Reife-Prüfung 2013 Mathematik I Aufgabe B1

Aufgabe B1.

Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 2 \cdot \log_2(x+5) + 3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Aufgabe B1.1 (4 Punkte)

Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f_1 sowie die Gleichung der Asymptote h an und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-4,5; 8]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leqq x \leqq 8$; $-4 \leqq y \leqq 11$

Aufgabe B1.2 (3 Punkte)

Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet. Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -2 \cdot \log_2(x+6) + 5$ besitzt ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

Aufgabe B1.3 (2 Punkte)

Punkte $A_n\ (x|2 \cdot \log_2(x+5) + 3)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $B_n(x|-2 \cdot \log_2(x+6) + 5)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x. Sie sind für $x > -4$ zusammen mit dem Schnittpunkt $S(-4|3)$ der Graphen zu f_1 und f_2 und Punkten C_n die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_n\,S\,B_n\,C_n$.
Zeichnen Sie die Parallelogramme $A_1\,S\,B_1\,C_1$ für $x = 0$ und $A_2\,S\,B_2\,C_2$ für $x = 2$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

Aufgabe B1.4 (3 Punkte)

Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Diagonalenschnittpunkte M_n der Parallelogramme $A_n\,S\,B_n\,C_n$ in Abhängigkeit von der Abzisse x der Punkte A_n gilt: $M_n\left(x|\log_2\left(\frac{x+5}{x+6}\right)+4\right)$.
Berechnen Sie sodann die Koordinaten des Diagonalenschnittpunktes M_3 für $C_3\ (16|y_{C_3})$ mit $y_{C_3} \in \mathbb{R}$.

Aufgabe B1.5 (2 Punkte)

Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von x.

Aufgabe B1.6 (3 Punkte)

Begründen Sie durch Rechnung, dass es unter den Parallelogrammen $A_n\,S\,B_n\,C_n$ keine Raute gibt.