Mittlere-Reife-Prüfung 2017 Mathematik I Aufgabe B2

Aufgabe B2.

Die Diagonalen $[AC]$ und $[BD]$ des Drachenvierecks $ABCD$ schneiden sich im Punkt K. Das Drachenviereck $ABCD$ ist die Grundfläche des geraden Prismas $ABCDEFGH$. Der Punkt E liegt senkrecht über dem Punkt A.
Es gilt:
$\overline{AC} = 12$ cm; $\overline{BD} = 10$ cm; $\overline{AK} = 4$ cm; $\overline{AE} = 6$ cm.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

Aufgabe B2.1 (3 Punkte)

Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas $ABCDEFGH$, wobei $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung: $p = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Die Strecken $[EG]$ und $[FH]$ und schneiden sich im Punkt L.
Berechnen Sie das Maß des Winkels LCK. [Ergebnis: $\measuredangle LCK = 36,87°$]

Aufgabe B2.2 (3 Punkte)

Punkte P_n liegen auf der Strecke $[LC]$. Die Winkel CKP_n haben das Maß mit $\varphi \in]0°, 90°]$. Die Punkte P_n sind zusammen mit den Punkten B und D die Eckpunkte gleichschenkliger Dreiecke BDP_n mit der Basis $[BD]$.
Zeichnen Sie das Dreieck BDP_1 sowie die Strecke $[KP_1]$ für $\varphi = 78°$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.
Begründen Sie sodann, dass keines der Dreiecke BDP_n gleichseitig ist.

Aufgabe B2.3 (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[KP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:
$\overline{KP_n}(\varphi) = \frac{4,80}{\sin(\varphi + 36,87°)}$ cm.
Die Länge der Strecke $[KP_0]$ ist minimal. Geben Sie den zugehörigen Wert für φ an.

Aufgabe B2.4 (3 Punkte)

Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCDP_n$ mit der Grundfläche $ABCD$ und den Höhen $[P_nQ_n]$. Die Punkte Q_n liegen auf der Strecke $[KC]$.
Zeichnen Sie die Pyramide $ABCDP_1$ und die Höhe $[P_1Q_1]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.
Ermitteln Sie sodann durch Rechnung das Volumen V der Pyramiden $ABCDP_n$ in Abhängigkeit von φ.

$$\left[\text{Ergebnis: } V(\varphi) = \frac{96 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 36,87°)} \text{ cm}^3\right]$$

Aufgabe B2.5 (3 Punkte)

Das Volumen der Pyramide $A\,B\,C\,D\,P_2$ beträgt 96 cm^3.
Berechnen Sie das zugehörige Maß für φ.

Aufgabe B2.6 (2 Punkte)

Begründen Sie, dass die Volumina der Pyramiden $A\,B\,D\,P_n$ mit der Grundfläche $A\,B\,D$ und der Pyramiden $B\,C\,D\,P_n$ mit der Grundfläche $B\,C\,D$ stets im Verhältnis 1 : 2 stehen.