Mathematik II

Aufgabe B 1 — Haupttermin

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(5\,|\,-1)$ und $Q(-2\,|\,0{,}75)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + 2{,}75$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $b \in \mathbb{R}$.
Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0{,}5x + 5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und b, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0{,}25x^2 + 0{,}5x + 2{,}75$ hat.
Zeichnen Sie die Parabel p sowie die Gerade g für $x \in [-4;\, 7]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 8$; $-7 \leqq y \leqq 8$. 4 P

B 1.2 Punkte $A_n(x\,|\,-0{,}25x^2 + 0{,}5x + 2{,}75)$ auf der Parabel p und Punkte $C_n(x\,|\,-0{,}5x + 5)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$ mit $\overline{B_nD_n} = 5$ LE.
Zeichnen Sie für $x = -1$ die Raute $A_1B_1C_1D_1$ und für $x = 3{,}5$ die Raute $A_2B_2C_2D_2$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Diagonalen $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$\overline{A_nC_n}(x) = (0{,}25x^2 - x + 2{,}25)$ LE. 1 P

B 1.4 Unter den Diagonalen $[A_nC_n]$ hat die Diagonale $[A_0C_0]$ die minimale Länge.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x und die Länge der Diagonale $[A_0C_0]$.
Begründen Sie sodann, dass es unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ keine Raute mit dem Flächeninhalt 3 FE gibt. 3 P

B 1.5 Die Rauten $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$ sind Quadrate.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Koordinaten der Punkte A_3 und A_4. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

B 1.6 Die Diagonalen der Rauten $A_5B_5C_5D_5$ und $A_6B_6C_6D_6$ schneiden sich jeweils auf der x-Achse.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte A_5 und A_6. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P