Abschlussprüfung 2001

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II — Aufgabengruppe A

1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = a \cdot (x - 8)^2 + 10$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Die Parabel p verläuft durch den Punkt P(2 | 5,5).

1.1 Berechnen Sie den Wert für a und zeigen Sie, dass sich die Gleichung der Parabel p wie folgt darstellen lässt: $y = -\frac{1}{8}x^2 + 2x + 2$.
Erstellen Sie sodann für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [0; 11]$ in Schritten von $\Delta x = 1$, und zeichnen Sie p in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 12$; $-1 \leqq y \leqq 11$

1.2 Auf der Parabel p liegen Punkte $A_n(x \mid -\frac{1}{8}x^2 + 2x + 2)$ und Punkte D_n. Dabei ist die Abszisse der Punkte D_n jeweils um 4 größer als die Abszisse x der Punkte A_n.
Zeigen Sie, dass für die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $D_n\,(x + 4 \mid -\frac{1}{8}x^2 + x + 8)$.

1.3 Für $x < 6$ und $x \in \mathbb{R}$ sind die Strecken $[A_nD_n]$ die Hypotenusen von rechtwinkligen Dreiecken $A_nF_nD_n$, deren Katheten $[A_nF_n]$ parallel zur x-Achse und deren Katheten $[D_nF_n]$ parallel zur y-Achse verlaufen. An die Katheten $[D_nF_n]$ der Dreiecke $A_nF_nD_n$, werden jeweils Quadrate $D_nF_nB_nC_n$ mit $\overline{D_nF_n}$ als Seitenlänge angefügt. Die Quadrate $D_nF_nB_nC_n$ bilden zusammen mit den Dreiecken $A_nF_nD_n$ Trapeze $A_nB_nC_nD_n$.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1F_1D_1$ für x = 0 und das zugehörige Quadrat $D_1F_1B_1C_1$, sowie das Dreieck $A_2F_2D_2$ für x = 5 und das zugehörige Quadrat $D_2F_2B_2C_2$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein, so dass die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ entstehen.

1.4 Berechnen Sie die Streckenlänge $\overline{D_nF_n}(x)$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A.
Zeigen Sie sodann rechnerisch, dass die x-Koordinate der Punkte C_n stets 10 ist.
[Teilergebnis: $\overline{D_nF_n}(x) = (6 - x)$ LE]

1.5 Bestimmen Sie den Flächeninhalt A(x) der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n. Berechnen Sie sodann den Wert für x, so dass das zugehörige Trapez $A_3B_3C_3D_3$ einen Flächeninhalt von 80 FE hat.
[Teilergebnis: $A(x) = (x^2 - 14x + 48)$ FE]