Abschlussprüfung 2001

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II Aufgabengruppe B

1.0 Gegeben ist die Parabel p_1 mit der Gleichung $y = 0{,}25x^2 - x + 2$. Es gilt: $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

1.1 Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten des Scheitels S_1 der Parabel p_1. Erstellen Sie für die Parabel p_1 eine Wertetabelle für $x \in [-3; 7]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabel p_1 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 10$; $-4 \leqq y \leqq 8$

1.2 Die Parabel P_2 erhält man durch Parallelverschiebung der Parabel p_1 mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$.
Geben Sie die Koordinaten des Scheitels S_2 der Parabel P_2 an und zeigen Sie rechnerisch, dass die Parabel P_2 die Gleichung $y = 0{,}25\,x^2 - 2x + 1$ hat. Zeichnen Sie die Parabel P_2 im Bereich $-1 \leqq x \leqq 9$ in das Koordinatensystem zu 1. 1 ein.

1.3 Die Punkte $Q_n(x|0{,}25x^2 - x + 2)$ auf der Parabel p_1 und die Punkte $R_n(x|0{,}25x^2 - 2x + 1)$ auf der Parabel P_2 haben dieselbe Abszisse x. Der Punkt $P(6 \mid -1)$ und die Punkte Q_n und R_n sind für $x \in [-1; 6]$ und $x \in \mathbb{R}$ die Eckpunkte von Dreiecken PQ_nR_n.
Zeichnen Sie das Dreieck PQ_1R_1 für $x = 1$ und das Dreieck PQ_2R_2 für $x = 4{,}5$ in das Koordinatensystem zu 1. 1 ein.

1.4 Überprüfen Sie durch Rechnung, ob die Gerade PQ_1 eine Tangente an die Parabel p_1 ist.
[Teilergebnis: PQ_1 mit $y = -0{,}45x + 1{,}7$]

1.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A(x) der Dreiecke PQ_nR_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte Q_n gilt: $A(x) = (-0{,}5x^2 + 2{,}5x + 3)$ FE.
Unter den Dreiecken PQ_nR_n besitzt das Dreieck PQ_0R_0 den größtmöglichen Flächeninhalt A_{max}. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x und geben Sie A_{max} an.