

Mittlere-Reife-Prüfung 2010 Mathematik I Aufgabe A1

Aufgabe A1.0

In einem Handbuch zur Wetterkunde finden Sie im Kapitel Erdatmosphäre die nebenstehende Tabelle.

Höhe über dem Meeresspiegel	Luftdruck
0 m	1000 hPa
5500 m	500 hPa
11000 m	250 hPa
16500 m	125 hPa
22000 m	63 hPa

Der Zusammenhang zwischen der Höhe x m über dem Meeresspiegel und dem Luftdruck y hPa lässt sich demzufolge näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschreiben ($G = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$)

Aufgabe A1.1 (2 Punkte)

Ermitteln Sie die zugehörige Funktionsgleichung. (Runden Sie den Wert für k auf sechs Stellen nach dem Komma.)

Aufgabe A1.2 (1 Punkte)

Berechnen Sie, von welcher Höhe über dem Meeresspiegel an der Luftdruck weniger als 777 hPa beträgt.

Aufgabe A1.3 (1 Punkte)

Kreuzen Sie an, um wie viel Prozent der Luftdruck alle 11000 m abnimmt.

25%
 50%
 75%
 250%
 500%
 750%

Aufgabe A1.4 (1 Punkte)

Begründen Sie ausgehend von der Tabelle zu 1.0, welcher Luftdruck 5500 m unterhalb des Meeresspiegels im „tiefsten (zugänglichen) Bohrloch der Welt“ bei Windischeschenbach zu erwarten wäre.

Lösung

Aufgabe A1.0

In einem Handbuch zur Wetterkunde finden Sie im Kapitel Erdatmosphäre die nebenstehende Tabelle.

Höhe über dem Meeresspiegel	Luftdruck
0 m	1000 hPa
5500 m	500 hPa
11000 m	250 hPa
16500 m	125 hPa
22000 m	63 hPa

Der Zusammenhang zwischen der Höhe x m über dem Meeresspiegel und dem Luftdruck y hPa lässt sich demzufolge näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschreiben ($G = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$)

Aufgabe A1.1 (2 Punkte)

Ermitteln Sie die zugehörige Funktionsgleichung. (Runden Sie den Wert für k auf sechs Stellen nach dem Komma.)

Lösung zu Aufgabe A1.1

Exponentielles Wachstum

Gegeben: $y = y_0 \cdot k^x$ (Art der Funktion)

Gesucht ist die Funktionsgleichung.

Anfangsbestand y_0 bestimmen:

Erläuterung: *Erläuterung*

Aus der Tabelle der Aufgabe 1.0 werden die Werte der ersten Zeile entnommen, $y = 1000$ und $x = 0$, und in die Funktionsgleichung eingesetzt.

$$1000 = y_0 \cdot \underbrace{k^0}_1 \Rightarrow y_0 = 1000$$

Die Funktionsgleichung heißt nun: $y = 1000 \cdot k^x$

Änderungsrate k bestimmen:

Erläuterung: *Erläuterung*

Aus der Tabelle der Aufgabe 1.0 werden die Werte der zweiten Zeile entnommen, $y = 500$ und $x = 5500$, und in die Funktionsgleichung eingesetzt.

$$500 = 1000 \cdot k^{5500} \quad | : 1000$$

$$\frac{500}{1000} = k^{5500} \quad | \text{ Wurzel ziehen}$$

$$\sqrt[5500]{\frac{1}{2}} = k$$

$$\Rightarrow k \approx 0,999874$$

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet: $y = 1000 \cdot 0,999874^x$

Aufgabe A1.2 (1 Punkte)

Berechnen Sie, von welcher Höhe über dem Meeresspiegel an der Luftdruck weniger als 777 hPa beträgt.

Lösung zu Aufgabe A1.2

Exponentielles Wachstum

Gegeben: $y = 1000 \cdot 0,999874^x$, $y = 777$ hPa

Gesucht: x

x bestimmen:

$$777 = 1000 \cdot 0,999874^x \quad | : 1000$$

$$\frac{777}{1000} = 0,999874^x \quad | \text{ logarithmieren}$$

Erläuterung:

Die Exponentialfunktion $0,999874^x$ kann durch den Logarithmus $\log_{0,999874}$ aufgehoben werden.

$$\log_{0,999874} 0,999874^x = x$$

$$\log_{0,999874} \frac{777}{1000} = \log_{0,999874} 0,999874^x$$

$$\log_{0,999874} \frac{777}{1000} = x$$

$$\Rightarrow x \approx 2002,4 \text{ m}$$

Ab einer Höhe von 2003 m über dem Meeresspiegel beträgt der Luftdruck weniger als 777 hPa.

Aufgabe A1.3 (1 Punkte)

Kreuzen Sie an, um wie viel Prozent der Luftdruck alle 11000 m abnimmt.

25% 50% 75% 250% 500% 750%

Lösung zu Aufgabe A1.3

Prozentrechnung

Höhe über dem Meeresspiegel	Luftdruck
0 m	1000 hPa
5500 m	500 hPa
11000 m	250 hPa
16500 m	125 hPa
22000 m	63 hPa

0 m → 1000 hPa
11000 m → 250 hPa

$$\Rightarrow \frac{1000 - 250}{1000} \cdot 100\% = 75\%$$

11000 m → 250 hPa
22000 m → 63 hPa

$$\Rightarrow \frac{250 - 63}{250} \cdot 100\% \approx 75\%$$

Der Luftdruck nimmt alle 11000 m um 75% ab.

25% 50% 75% 250% 500% 750%

Aufgabe A1.4 (1 Punkte)

Begründen Sie ausgehend von der Tabelle zu 1.0, welcher Luftdruck 5500 m unterhalb des Meeresspiegels im „tiefsten (zugänglichen) Bohrloch der Welt“ bei Windischeschenbach zu erwarten wäre.

[Lösung zu Aufgabe A1.4](#)

Exponentielles Wachstum

Höhe über dem Meeresspiegel	Luftdruck
0 m	1000 hPa
5500 m	500 hPa
11000 m	250 hPa
16500 m	125 hPa
22000 m	63 hPa

Es wäre ein Luftdruck von 2000 hPa zu erwarten.

Begründung: Aus der Tabelle ist abzulesen, dass sich der Luftdruck alle 5500 m halbiert. Im Umkehrschluss wäre es zu erwarten, dass bei 5500 m **unter** dem Meeresspiegel der Luftdruck sich verdoppelt, also von 1000 auf 2000 hPa steigt.