

## Mittlere-Reife-Prüfung 2012 Mathematik II Aufgabe A3

### Aufgabe A3.

Niger ist ein Staat in Westafrika. Zu Beginn des Jahres 2010 lebten dort etwa 15,5 Millionen Menschen. Unter der Annahme einer gleichbleibenden jährlichen Wachstumsrate lässt sich die Einwohnerzahl  $y$  Millionen nach  $x$  Jahren näherungsweise durch die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $y = 15,5 \cdot 1,035^x$  mit  $G = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$  beschreiben.

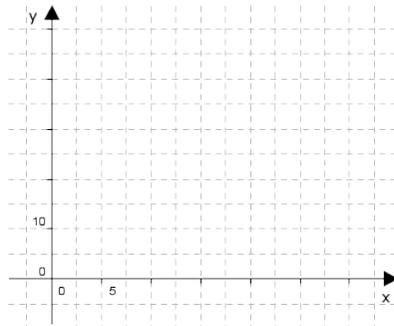
#### Aufgabe A3.1 (1 Punkt)

Um wie viel Prozent wächst nach dieser Annahme ab dem Jahresbeginn 2010 die Einwohnerzahl in Niger jährlich?

#### Aufgabe A3.2 (2 Punkte)

Ergänzen Sie die Wertetabelle auf eine Stelle nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann den Graphen zu  $f$  in das Koordinatensystem.

$x$	0	5	10	15	20	25	30
$15,5 \cdot 1,035^x$							



#### Aufgabe A3.3 (1 Punkt)

Geben Sie mithilfe des Graphen zu  $f$  an, nach wie vielen Jahren die Einwohnerzahl von Niger 25 Millionen betragen würde.

### Aufgabe A3.4 (1 Punkt)

Berechnen Sie auf Millionen gerundet, wie viele Einwohner Niger bei gleich bleibender jährlicher Zuwachsrate zu Beginn des Jahres 2064 haben würde.

## Lösung

## Aufgabe A3.

Niger ist ein Staat in Westafrika. Zu Beginn des Jahres 2010 lebten dort etwa 15,5 Millionen Menschen. Unter der Annahme einer gleichbleibenden jährlichen Wachstumsrate lässt sich die Einwohnerzahl  $y$  Millionen nach  $x$  Jahren näherungsweise durch die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $y = 15,5 \cdot 1,035^x$  mit  $G = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$  beschreiben.

## Aufgabe A3.1 (1 Punkte)

Um wie viel Prozent wächst nach dieser Annahme ab dem Jahresbeginn 2010 die Einwohnerzahl in Niger jährlich?

Lösung zu Aufgabe A3.1*Exponentielles Wachstum*

Gegeben:  $y = 15,5 \cdot 1,035^x$

Die jährliche, prozentuale Zuwachsrate  $b'$  ist aus der Funktionsgleichung ablesbar.

Erläuterung: *Prozentuale Zuwachsrate*

Allgemeine Wachstumsfunktion:

$$y = a \cdot b^x$$

$a$  = Anfangsbestand,  $b$  = Änderungsrate ( $> 1$  bei Wachstum)

Prozentualer Zuwachs =  $(b - 1) \cdot 100$

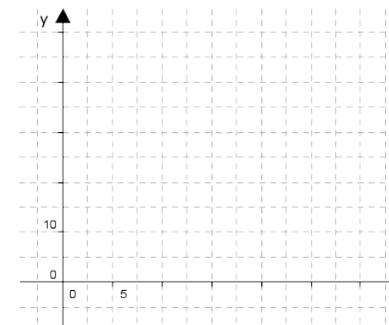
$$b' = 1,035 - 1 = 0,035 \quad | \quad \cdot 100$$

$$b' = 3,5\%$$

## Aufgabe A3.2 (2 Punkte)

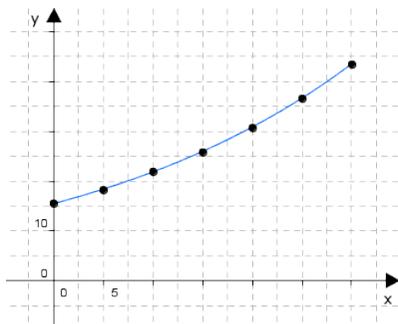
Ergänzen Sie die Wertetabelle auf eine Stelle nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann den Graphen zu  $f$  in das Koordinatensystem.

$x$	0	5	10	15	20	25	30
$15,5 \cdot 1,035^x$							

Lösung zu Aufgabe A3.2*Wertetabelle*

$x$	0	5	10	15	20	25	30
$15,5 \cdot 1,035^x$	15,5	18,4	21,9	26,0	30,8	36,6	43,5

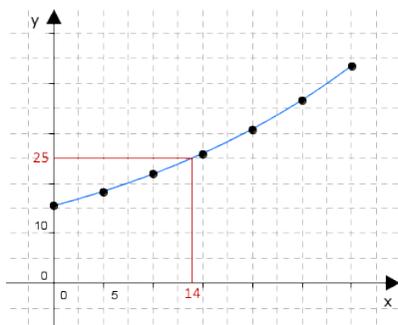
*Skizze*

**Aufgabe A3.3** (1 Punkte)

Geben Sie mithilfe des Graphen zu  $f$  an, nach wie vielen Jahren die Einwohnerzahl von Niger 25 Millionen betragen würde.

Lösung zu Aufgabe A3.3

*Skizze*



Nach ungefähr 14 Jahren beträgt die Einwohnerzahl von Niger 25 Millionen.

**Aufgabe A3.4** (1 Punkte)

Berechnen Sie auf Millionen gerundet, wie viele Einwohner Niger bei gleich bleibender jährlicher Zuwachsrate zu Beginn des Jahres 2064 haben würde.

Lösung zu Aufgabe A3.4**Exponentielles Wachstum**

Gegeben:  $y = 15,5 \cdot 1,035^x$

Der Ausgangszeitpunkt ist laut Angabe das Jahr 2010.

$\Rightarrow$  2010 :  $x = 0$

Erläuterung: *Erläuterung*

Von 2010 bis 2064 sind genau 54 Jahre vergangen.

2064 :  $x = 2064 - 2010 = 54$

Erläuterung: *Einsetzen*

$x = 54$  wird in die Gleichung  $y = 15,5 \cdot 1,035^x$  eingesetzt.

$y = 15,5 \cdot 1,035^{54} \approx 99,337$

$y \approx 99$

Antwort:

Niger würde ca. 99 Millionen Einwohner zu Beginn des Jahres 2064 haben.