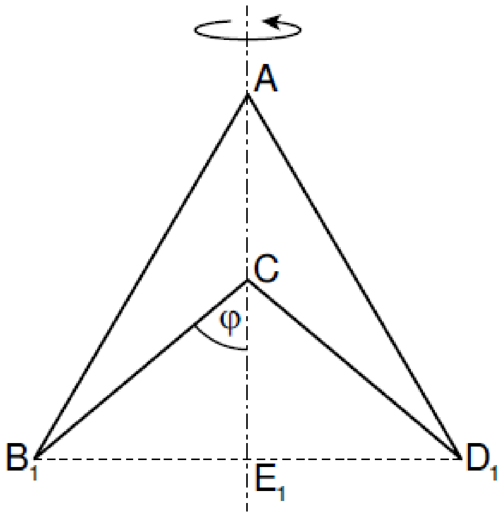
Mittlere-Reife-Prüfung 2020 Mathematik I Aufgabe A3

Aufgabe A3.

Gegeben sind Drachenvierecke $\mathrm{AB}_n\mathrm{CD}_n$ mit der Symmetrieachse AC. Punkte E_n sind die Mittelpunkte der Strecken $[\mathrm{B}_n\mathrm{D}_n]$. Die Winkel $\mathrm{B}_n\mathrm{CE}_n$ haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]0°; 90°[$.

Es gilt: $\overline{\mathrm{AC}} = 2$ cm und $\overline{\mathrm{B}_n\mathrm{C}} = \overline{\mathrm{CD}_n} = 3$ cm

Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Drachenviereck $\mathrm{AB}_1\mathrm{CD}_1$ für $\varphi = 50°$.



Aufgabe A3.1 (2 Punkte)

Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Längen der Strecken $[\mathrm{B}_n\mathrm{E}_n]$ und $[\mathrm{AE}_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{\mathrm{B}_n\mathrm{E}_n}(\varphi) = 3 \cdot \sin\varphi$ cm und $\overline{\mathrm{AE}_n}(\varphi) = (3 \cdot \cos\varphi + 2)$ cm.

Aufgabe A3.2 (2 Punkte)

Die Drachenvierecke $\mathrm{AB}_n\mathrm{CD}_n$ rotieren um die Gerade AC.
Bestätigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = 6 \cdot \pi \cdot \sin^2\varphi$ cm^3.

Aufgabe A3.3 (1 Punkt)

Eine der folgenden Aussagen zu den Rotationskörpern aus A 3.2 ist richtig.
Kreuzen Sie diese Aussage an.

☐ Es gibt einen Rotationskörper mit einem Volumen von $6 \cdot \pi$ cm^3.

☐ Die Rotationskörper haben ein Volumen von höchstens 6 cm^3.

☐ Für das Volumen V gilt: $V(\varphi) < 6 \cdot \pi$ cm^3

☐ Für das Volumen V gilt: $V(\varphi) > 6 \cdot \pi$ cm^3