Abschlussprüfung 2000
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A**

3.0 Das Quadrat ABCD mit 10 cm langen Diagonalen ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M des Quadrats ABCD liegt. Das Maß des Winkels CAS beträgt 60°.

3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS. Dabei soll die Diagonale [AC] auf der Schrägbildachse liegen.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

3.2 Zur Grundfläche ABCD parallele Ebenen schneiden die Pyramidenkanten [AS] in E_n , [BS] in F_n, [CS] in G_n und [DS] in H_n .
Der Punkt M ist die Spitze von neuen Pyramiden $E_nF_nG_nH_nM$. Die Winkel E_nMA haben das Maß φ mit $0° < \varphi < 90°$.
Zeichnen Sie die Pyramide $E_1F_1G_1H_1M$ für $\varphi = 70°$ in das Schrägbild zu 2. 1 ein.

3.3 Ermitteln Sie rechnerisch die Länge $\overline{E_nM}(\varphi)$ der Pyramidenkanten $[E_nM]$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $\overline{E_nM}(\varphi) = \frac{2{,}5\cdot\sqrt{3}}{\sin(60° + \varphi)}$ cm]

3.4 Bei der Pyramide $E_2F_2G_2H_2M$ gilt: $\overline{E_2M} = \frac{3}{4}\cdot\overline{AS}$. Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

3.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Diagonalenlänge $\overline{E_nG_n}(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ gilt:
$\overline{E_nG_n}(\varphi) = \frac{5\sqrt{3}\cdot\cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)}$ cm.

3.6 Die Grundfläche $E_3F_3G_3H_3$ der Pyramide $E_3F_3G_3H_3M$ ist um 80% kleiner als die Grundfläche ABCD der Pyramide ABCDS. Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ.
(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{E_3G_3} = 4{,}47$ cm]