

Mathematik I

Haupttermin

Aufgabe B 1

B 1.0 Während der Beschleunigungsphase einer Rakete hat diese die Geschwindigkeit $x \frac{\text{km}}{\text{s}}$. Dabei verringert sich die Masse y t (Tonne) der Rakete durch den Ausstoß von verbranntem Treibstoff. Die Veränderung der Raketenmasse in Abhängigkeit von ihrer Geschwindigkeit kann durch eine Gleichung der Form $y = y_0 \cdot 0,37^{\frac{x}{k}}$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+$) dargestellt werden, wobei y_0 t die Startmasse der Rakete ist und $k \frac{\text{km}}{\text{s}}$ die Ausströmgeschwindigkeit des verbrannten Treibstoffs ist.

B 1.1 Eine Rakete hat eine Startmasse von 22,0 t. Bis diese Rakete eine Geschwindigkeit von $9,5 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ erreicht, hat sich die Masse auf 4,0 t verringert.

Zeigen Sie, dass gilt: $k = 5,54$.

2 P

B 1.2 Die Masse y t dieser Rakete kann durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 22,0 \cdot 0,37^{\frac{x}{5,54}}$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^+$) beschrieben werden.

Tabellarisieren Sie die Funktion f für $x \in [0; 9]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ auf eine Stelle nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Auf der x -Achse: 1 cm für $1,0 \frac{\text{km}}{\text{s}}$; $0 \leq x \leq 10$

Auf der y -Achse: 1 cm für 2,0 t; $0 \leq y \leq 12$

2 P

B 1.3 Damit diese Rakete die Anziehungskraft der Erde überwinden kann, muss sie auf eine um 18% höhere Geschwindigkeit als die in 1.1 erzielte Geschwindigkeit von $9,5 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ beschleunigt werden.

Berechnen Sie, welche Masse verbrannten Treibstoffs bis zum Erreichen dieser Geschwindigkeit ausgestoßen wird.

3 P

B 1.4 Berechnen Sie die prozentuale Zunahme der Geschwindigkeit dieser Rakete, wenn bei einer Masse von 4,0 t noch eine weitere Tonne verbrannten Treibstoffs ausgestoßen wird.

3 P

B 1.5 Die Rakete aus 1.1 hat seit dem Start 10,0 t Treibstoff verbrannt.

Berechnen Sie die dabei erreichte Geschwindigkeit $x \frac{\text{km}}{\text{s}}$.

3 P

B 1.6 Durch eine Verbesserung der Raketentechnik erhöht sich die Ausströmgeschwindigkeit $k \frac{\text{km}}{\text{s}}$ auf $10 \frac{\text{km}}{\text{s}}$. Eine Rakete mit dieser Raketentechnik hat nur noch 80% der Startmasse der Rakete aus 1.1.

Ermitteln Sie die Geschwindigkeit $x \frac{\text{km}}{\text{s}}$, bei der beide Raketen die gleiche Masse besitzen.

4 P