Mittlere-Reife-Prüfung 2022 Mathematik II Aufgabe B1

Aufgabe B1.

Die Parabel p mit dem Scheitelpunkt $S(3|5)$ hat eine Gleichung der Form $y = -0,5x^2 + b\,x + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$.
Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0,25x - 3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

Aufgabe B1.1 (3 Punkte)

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0,5x^2 + 3x + 0,5$ hat.
Zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g für $x \in [-2; 8]$ in ein Koordinatensystem ein.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leqq x \leqq 10$; $-8 \leqq y \leqq 6$

Aufgabe B1.2 (2 Punkte)

Punkte $B_n(x| -0,25x - 3)$ auf der Geraden g und Punkte $D_n\,\left(x| -0,5x^2 + 3x + 0,5\right)$ auf der Parabel p haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten A_n und C_n Eckpunkte von Drachenvierecken $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n\mathrm{D}_n$ mit den Symmetrieachsen $\mathrm{A}_n\mathrm{C}_n$ und den Diagonalenschnittpunkten M_n.

Es gilt: $\overline{\mathrm{M}_n\mathrm{A}_n} = 2$ LE; $\overline{\mathrm{M}_n\mathrm{C}_n} = 4$ LE; $y_{D_n} > y_{B_n}$.

Zeichnen Sie das Drachenviereck $\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1\mathrm{C}_1\mathrm{D}_1$ für $x = 0$ und das Drachenviereck $\mathrm{A}_2\mathrm{B}_2\mathrm{C}_2\mathrm{D}_2$ für $x = 6$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

Aufgabe B1.3 (1 Punkt)

Begründen Sie, weshalb der Flächeninhalt der Dreiecke $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{D}_n$ stets halb so groß wie der Flächeninhalt der Dreiecke $\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n\mathrm{D}_n$ ist.

Aufgabe B1.4 (3 Punkte)

Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Werte von x es Drachenvierecke $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n\mathrm{D}_n$ gibt.

Aufgabe B1.5 (4 Punkte)

Unter den Drachenvierecken $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n\mathrm{D}_n$ hat das Drachenviereck $\mathrm{A}_0\mathrm{B}_0\mathrm{C}_0\mathrm{D}_0$ den maximalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie diesen Flächeninhalt und den zugehörigen Wert für x.

[Zwischenergebnis: $\overline{\mathrm{B}_n\mathrm{D}_n}(x) = \left(-0,5x^2 + 3,25x + 3,5\right)$ LE]

Aufgabe B1.6 (3 Punkte)

Unter den Drachenvierecken $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Drachenvierecke $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$, die bei C_3 bzw. C_4 rechtwinklig sind.
Begründen Sie, warum $\overline{B_3D_3} = \overline{B_4D_4} = 8$ LE gilt.
Berechnen Sie sodann die x-Koordinaten von B_3 und B_4.