Musterlösung zur

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Aufgabe B 1

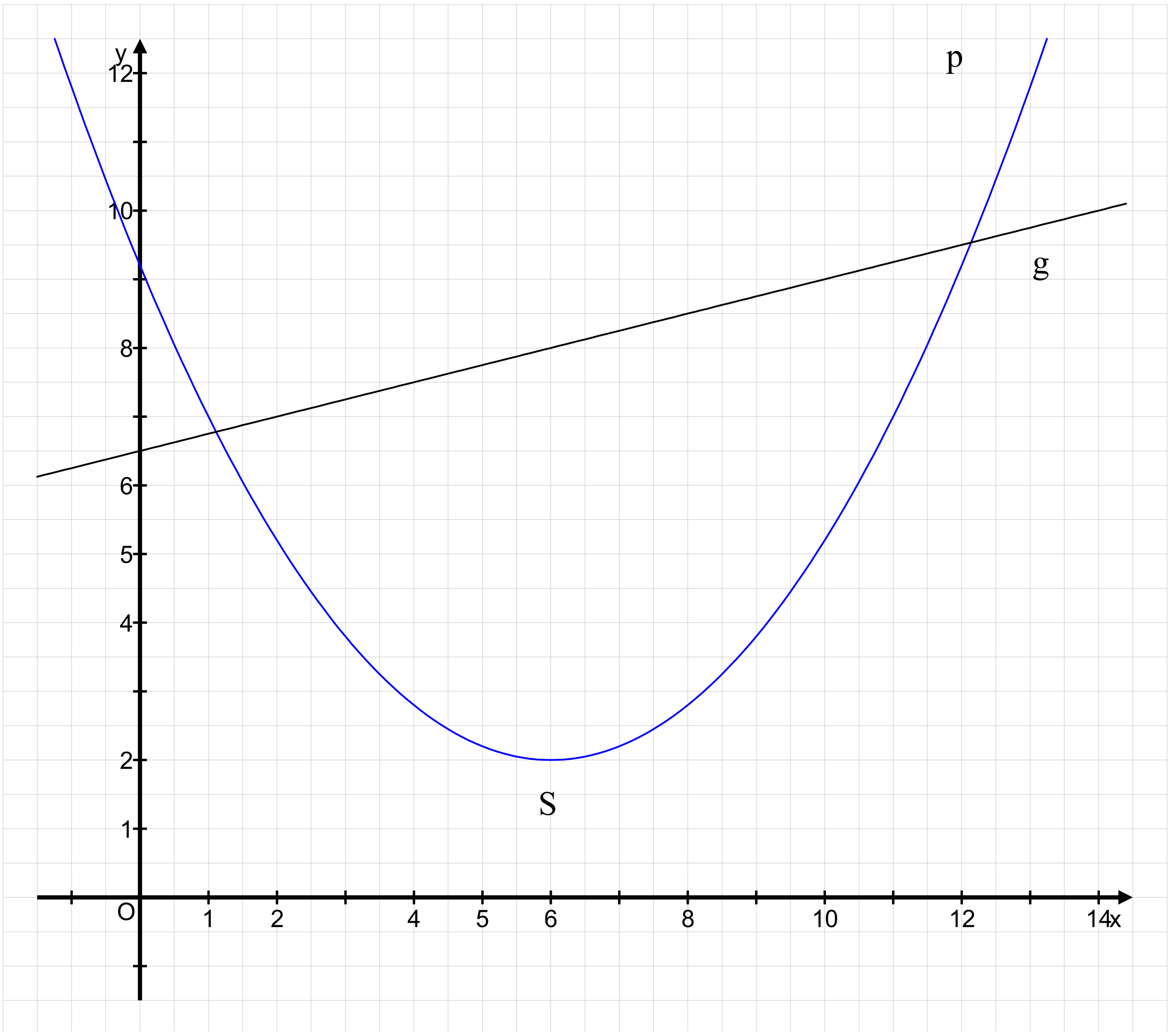
1. $p: y = 0{,}2x^2 - 2{,}4x + 9{,}2$; mit $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
   $g: y = 0{,}25x + 6{,}5$ mit $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

1.1. 3 BE

1.1.1. Mit dem ETR lassen sich Wertetabellen unter Eingabe der Funktionsgleichung, Anfangs- und Endwert bzw. Schrittweite komplett ausgeben. Doppelte Kontrolle durch Berechnung des Scheitels ist vorteilhaft, doch nicht verlangt!

x	0	1	2	3	4	5	**6**	7	8	9	10	11	12	13
y	9,2	7	5,2	3,8	2,8	2,2	**2**	2,2	2,8	3,8	5,2	7	9,2	11,8

1.1.2. Achte auf die volle Bearbeitung de Zeichenbereichs, nicht stricheln, saubere, dünne Linien; komplette Beschriftung!



1.2. variabel: $A_n\,(\,x \mid 0{,}2x^2 - 2{,}4x + 9{,}2\,) \in p$

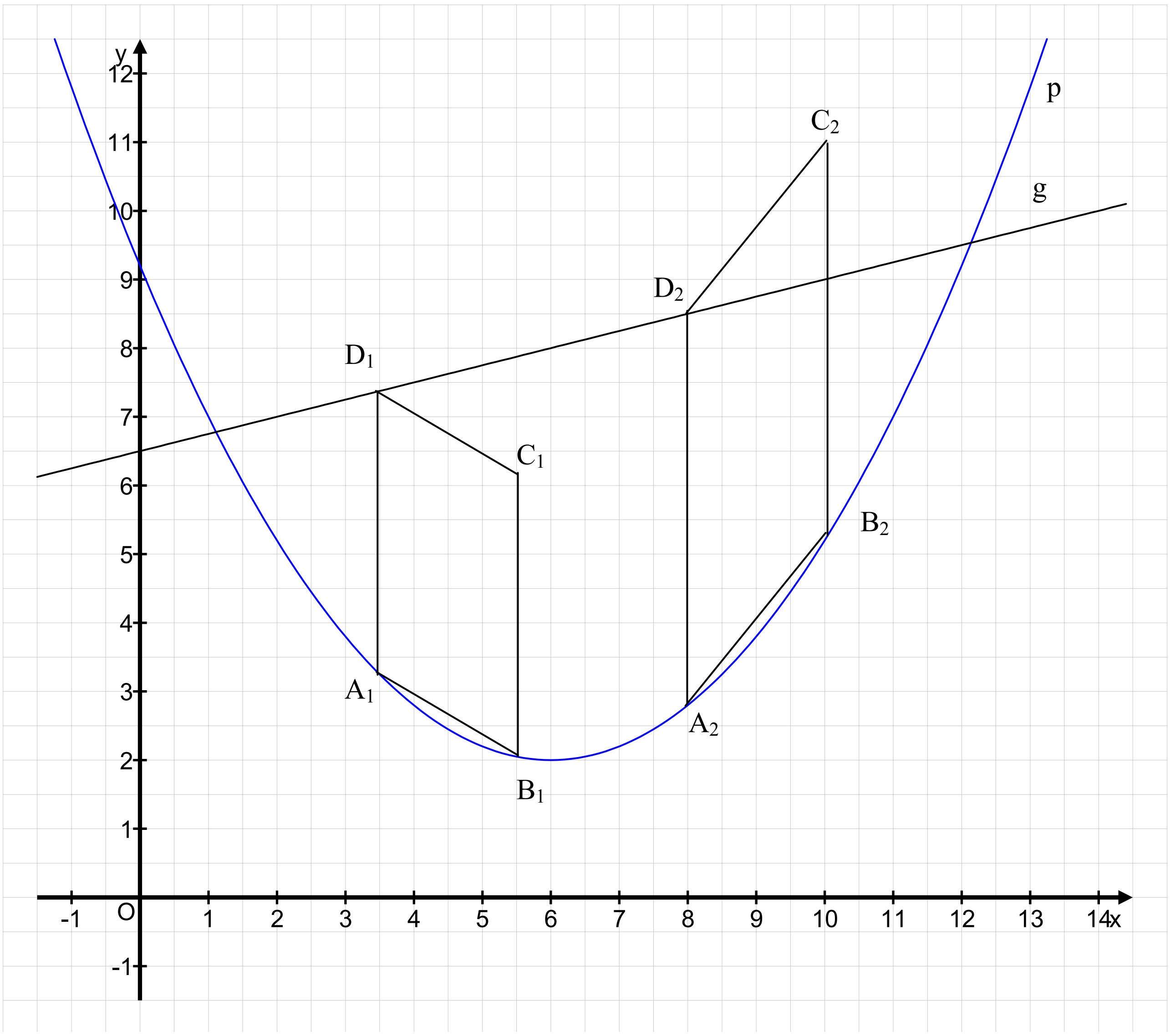
$D_n\,(\,x \mid 0{,}25x + 6{,}5\,) \in g$ mit derselben Abszisse wie A_n

„dieselbe Abszisse x heißt, die Punkte liegen senkrecht übereinander.

B_n Abszisse um 2 größer, als bei A_n und $B_n \in p$

A_n, B_n, D_n und Punkte C_n sind die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ A und B (2 weiter rechts) liegen auf der Parabel, D senkrecht über A auf der Geraden, C ergänzt die Figur zum Parallelogramm

Einzeichnen des Parallelogramms $A_1B_1C_1D_1$ für x = 3,5 und
Einzeichnen des Parallelogramms $A_2B_2C_2D_2$ für x = 8. 1 BE



1.3. Der Winkel α ist der stumpfe Innenwinkel bei A_1. Er ergibt sich aus der Geraden A_1B_1 bei Linksdrehung gegen die Gerade A_1D_1. Die Berechnung erfolgt über den Anstieg der Geraden A_1B_1 (vgl. 1.3.1.).Wesentlich zeitaufwändiger wäre die Berechnung m. H. des Kosinussatzes im Dreieck $A_1B_1D_1$ (3 Streckenlängen per Punktkoordinaten! vgl. 1.3.2.).

1.3.1. Wegen $A_1(3{,}5|3{,}25)$ und $B_1(5{,}5|2{,}05)$ gilt

$$m_{A_1B_1} = \frac{y_{B_1} - y_{A_1}}{x_{B_1} - x_{A_1}} = \frac{2{,}05 - 3{,}25}{5{,}5 - 3{,}5} = \frac{-1{,}2}{2} = -0{,}6 = \tan\angle(\text{x-Achse} ; A_1B_1)$$

shift tan $-0{,}6 = \angle(\text{x-Achse} ; A_1B_1) = \underline{-30{,}96°}$

$\alpha = 90° - (- 30{,}96°) = \underline{120{,}96°}$ 2 BE

1.3.2. Wegen $A_1(3{,}5|3{,}25)$, $B_1(5{,}5|2{,}05)$ und $D_1(3{,}5|7{,}375)$ gilt

$$\overline{A_1B_1} = \sqrt{(5{,}5-3{,}5)^2 + (2{,}05-3{,}25)^2} = \sqrt{5{,}44} \approx 2{,}33238 \text{ LE}$$

$$\overline{A_1D_1} = \sqrt{(3{,}5-3{,}5)^2 + (7{,}375-3{,}25)^2} \left(= \sqrt{17{,}15625}\right) = 4{,}142 \text{ LE}$$

$$\overline{B_1D_1} = \sqrt{(3{,}5-5{,}5)^2 + (7{,}375-2{,}05)^2} = \sqrt{32{,}355625} \approx 5{,}6882 \text{ LE}$$

$$\cos\alpha = \frac{5{,}44 + 17{,}16 - 32{,}36}{2 \cdot 2{,}33 \cdot 4{,}14} = \frac{-9{,}76}{19{,}29} \approx -0{,}50596$$

$\alpha = \underline{\underline{120{,}4°}}$ (vgl. Angabe)

1.4. Für die Punkte B_n ist die Abszisse um 2 größer, als die Abszisse x bei A_n , also x+2 und wegen $B_n \in p$ muss nun bei der Parabelgleichung jeweils für x auch x+2 eingesetzt werden. Der vorgegebene Definitionsbereich wird übernommen.

$B_n\,(\, x + 2 \mid 0{,}2(x + 2)^2 - 2{,}4(x + 2) + 9{,}2\,)$ $x \in\,]\,1{,}11 ; 12{,}14\,[;$ $x \in \mathbb{R}$

$B_n\,(\, x + 2 \mid 0{,}2(x^2 + 4x + 4) - 2{,}4x - 4{,}8 + 9{,}2\,)$

$B_n\,(\, x + 2 \mid 0{,}2x^2 + 0{,}8x + 0{,}8 - 2{,}4x + 4{,}4\,)$

$B_n\,(\, x + 2 \mid 0{,}2x^2 - 1{,}6x + 5{,}2\,)$ 1 BE

1.5. Die Länge der Grundseite $\overline{A_nD_n}(x)$ hängt von der Abszisse x ab, die Höhe auf diese Grundseite ist konstant 2, weil für die Punkte B_n die Abszisse um 2 größer als die Abszisse x bei A_n ist und die Grundseite senkrecht liegt. Der Bereich $x \in\,]\,1{,}11; 12{,}14\,[$ gilt auch für den Flächeninhalt.

$\overline{A_nD_n}(x) = y_D - y_A$

(nicht umgekehrt, denn die Gerade liegt oberhalb der Parabel!)

$\overline{A_nD_n}(x) = [\, 0{,}25x + 6{,}5 - (0{,}2x^2 - 2{,}4x + 9{,}2)]\text{LE};$ $x \in\,]\,1{,}11; 12{,}14\,[; x \in \mathbb{R}$

(Klammer nicht vergessen; y_A ist eine Differenz!)

$\overline{A_nD_n}(x) = [\, 0{,}25x + 6{,}5 - 0{,}2x^2 + 2{,}4x - 9{,}2)]\text{LE}$

$\overline{A_nD_n}(x) = \underline{[\, -0{,}2x^2 + 2{,}65x - 2{,}7]\text{ LE}}$

$A(x) = 2 (-0{,}2x^2 + 2{,}65x – 2{,}7)$ FE $x \in]\,1{,}11;\ 12{,}14\,[;\ x \in IR$

$A(x)$ = $-0{,}4x^2 + 5{,}3x – 5{,}4$) FE (vgl. Angabe)

$B_n (x + 2 \mid 0{,}2x^2 - 1{,}6x + 5{,}2)$ $A_n (x \mid 0{,}2x^2 - 2{,}4x + 9{,}2) \in p$

„Größtmöglicher Flächeninhalt" heißt Scheitelbestimmung für die parablische Gleichung: Der y – Wert stellt den maximalen Flächeninhalt A_{max} dar.

$$y_s = c - \frac{b^2}{4a} = -5{,}4 - \frac{5{,}3^2}{4 \cdot (-0{,}4)} = -5{,}4 - \frac{28{,}09}{-1{,}6} \approx 12{,}16 \text{ FE}$$

Wann ist der Flächeninhalt der Parallelogramme A(x) $\frac{3}{7}$ des maximalen Flächeninhaltes A_{max} = 12,16 FE ?

$$\frac{3}{7} \cdot 12{,}16 = -0{,}4x^2 + 5{,}3x - 5{,}4$$

$0{,}4x^2 - 5{,}3x + 10{,}61 = 0$

$x = 2{,}46 \quad v \quad x = 10{,}79$

$IL = \{ 2{,}46;\ 10{,}79 \}$ 6 BE

1.6. Seite $[A_3B_3]$ ist parallel zur Geraden g bedeutet, dass der Anstieg der Geraden $[A_3B_3]$ gleich dem Anstieg von g ist.

Wegen $A_n(x \mid 0{,}2x^2 - 2{,}4x + 9{,}2)$ und $B_n(x+2 \mid 0{,}2x^2 - 1{,}6x + 5{,}2)$ gilt:

$$m_{A_nB_n} = \frac{y_{B_n} - y_{A_n}}{x_{B_n} - x_{A_n}} = \frac{0{,}2x^2 - 1{,}6x + 5{,}2 - (0{,}2x^2 - 2{,}4x + 9{,}2)}{x + 2 - x} = \frac{0{,}8x - 4}{2} = 0{,}4x - 2$$

also für $m_g = 0{,}25$

$0{,}4x – 2 = 0{,}25 \quad | +2 \qquad x \in]\,1{,}11;\ 12{,}14\,[;\ x \in IR$

$0{,}4x = 2{,}25 \quad | : 0{,}4$

$x = 5{,}625$

$IL = \{ 5{,}625 \}$ 3 BE

SUMME : 16 BE