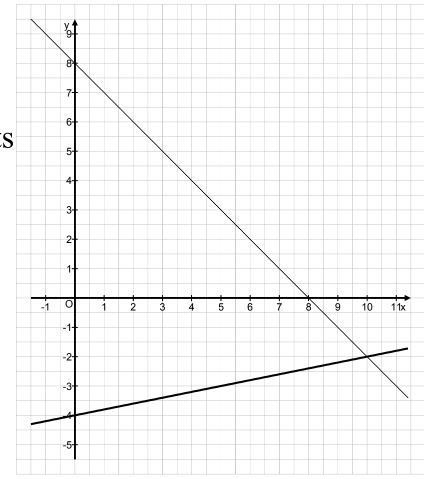
Musterlösung
zur Abschlussprüfung 2003 an den Realschulen in Bayern
Mathematik II

Aufgabe A1

Lösung zu den Aufgaben:



A 1.1 Geraden g_1 und g_2 in ein Koordinatensystem einzeichnen.
Zeichnen einer Geraden mit Hilfe des y – Abschnitts und eines Steigungsdreiecks

y-Abschnitt der Geraden g_1 $t_1 = -4$ einzeichnen
Steigung der Geraden g_1 $m_1 = 0{,}2$ einhalten

y-Abschnitt der Geraden g_2 $t_2 = 8$ einzeichnen
Steigung der Geraden g_2 $m_2 = -1$ einhalten

A 1.2 Einzeichnen der Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 6$
Finden variabler Punkte in Abhängigkeit von x

Punkt A_1 mit $x = 2$ auf der Geraden g_1 und C_1 mit $x = 2$ auf der Geraden g_2 einzeichnen.

Senkrechte zur Strecke $[A_1C_1]$ durch ihren Mittelpunkt einzeichnen.

Länge der Diagonalen $[B_1D_1]$ $x = 2$ halbieren und vom Mittelpunkt der Strecke $[A_1C_1]$ auf der Senkrechten abmessen.
(Eigenschaften der Raute)

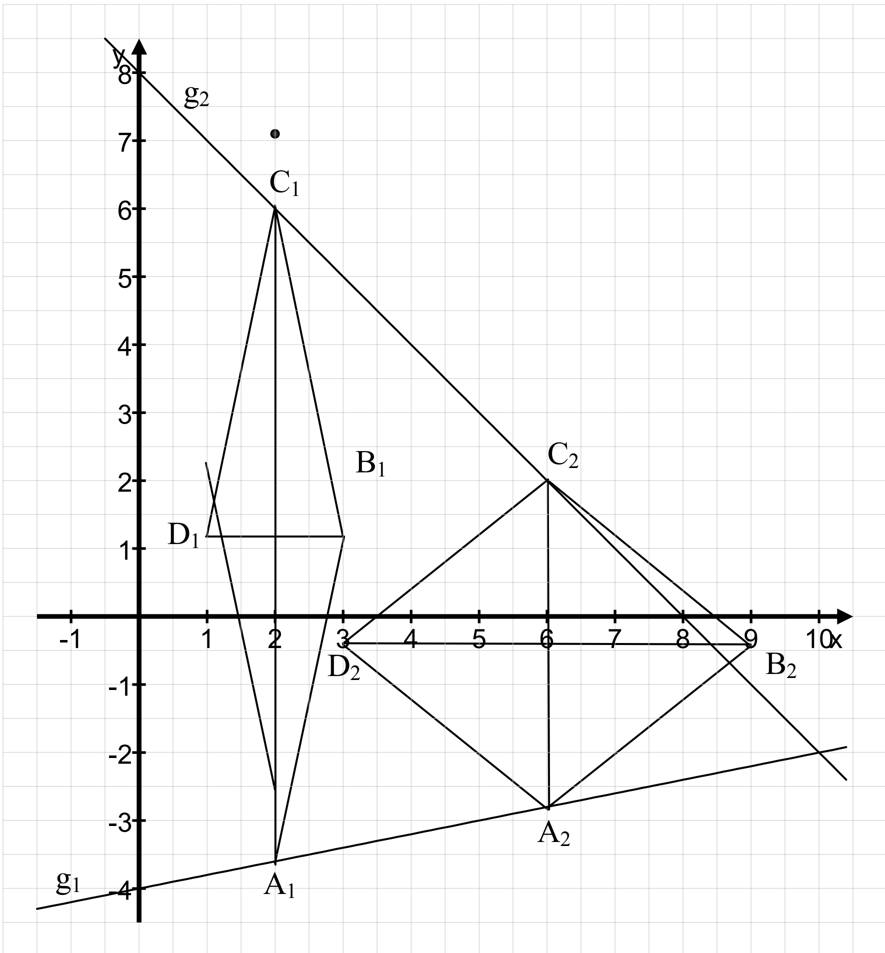
Punkt A_2 mit $x = 6$ auf der Geraden g_1 und C_2 mit $x = 6$ auf der Geraden g_2 einzeichnen.

Senkrechte zur Strecke $[A_2C_2]$ durch ihren Mittelpunkt einzeichnen.

Länge der Diagonalen $[B_2D_2]$ $x = 6$ halbieren und vom Mittelpunkt der Strecke $[A_2C_2]$ auf der Senkrechten abmessen.
(Eigenschaften der Raute)

A 1.3 Berechnen des Wertes für x, für den sich ein Quadrat ergibt.

Streckenlänge in Abhängigkeit von x



Bestimmen der Streckenlänge $\overline{A_nC_n}(x)$ in Abhängigkeit von x.

$\overline{A_nC_n}(x) \quad = y_C \quad - \quad y_A$

(Beachte: nicht umgekehrt, denn die Parabel liegt oberhalb der Geraden!)

$= [-x + 8 \quad - \quad (0{,}2x - 4)]$ LE

(Beachte: Klammer nicht vergessen; y_A ist eine Differenz!)

$= [-x + 8 \quad - 0{,}2x + 4]$ LE

$\overline{A_nC_n}(x) \quad = [-1{,}2x + 12]$ LE (vgl. Teilergebnis)

Erläuterung: Die Streckenlänge ergibt sich aus der Differenz der y – Werte der Punkte A_n und C_n.

Berechnen des Wertes für x, für den sich ein Quadrat ergibt.

Quadrateigenschaft: „Diagonallängen sind gleich“

$$
\begin{aligned}
\overline{A_nC_n} &= \overline{B_nD_n} \\
-1{,}2x + 12 &= x \quad | + 1{,}2x \\
12 &= 2{,}2x \quad | : 2{,}2 \\
5{,}45 &= x \\
\mathbb{L} &= \{5{,}45\}
\end{aligned}
$$

A 1.4 Berechnen des größtmöglichen Flächeninhaltes A_{max} der Rauten.
Extremwertaufgabe

Der Flächeninhalt der Rauten wird in Abhängigkeit von x bestimmt.

$$A(x) = \frac{1}{2} \cdot \overline{A_n C_n} \cdot \overline{B_n D_n}$$

$$A(x) = \frac{1}{2} \cdot (-1{,}2x + 12) \cdot x \text{ FE}$$

$$A(x) = -0{,}6\, x^2 + 6x \text{ FE}$$

Für die entstandene Parabelgleichung wird der y – Wert des Scheitels bestimmt.

$$y_s = c - \frac{b^2}{4a} = 0 - \frac{6^2}{4 \cdot (-0{,}6)} = 0 - \frac{36}{-2{,}4} = 15$$

oder
$$A(x) = -0{,}6\, x^2 + 6x \text{ FE}$$
$$A(x) = -0{,}6\, (x^2 - 10x + 5^2 - 5^2) \text{ FE}$$
$$A(x) = -0{,}6\, ((x - 5)^2 - 25) \text{ FE}$$
$$A(x) = -0{,}6\, (x - 5)^2 + 15 \text{ FE}$$

Der y-Wert des Scheitels lässt sich als der maximale Wert der Fläche A(x) verstehen.
$A_{max} = 15$ FE

A 1.5 Nachweis für $\overline{A_n B_n}(x) = \sqrt{0{,}61x^2 - 7{,}2x + 36}$ LE
Nachweis, dass keine Raute mit der Seitenlänge 3 LE existiert.

Nachweis für $\overline{A_n B_n}(x) = \sqrt{0{,}61x^2 - 7{,}2x + 36}$ LE
Streckenlänge in Abhängigkeit von x

$$\left(\overline{A_n B_n}\right)^2 = \left(0{,}5\overline{A_n C_n}\right)^2 + \left(0{,}5\overline{B_n D_n}\right)^2 \quad \text{(Satz des Pythagoras)}$$
$$\left(\overline{A_n B_n}\right)^2 = \left(0{,}5 \cdot (-1{,}2x + 12)\right)^2 + \left(0{,}5 \cdot x\right)^2 \text{ LE}$$
$$\left(\overline{A_n B_n}\right)^2 = \left(-0{,}6x + 6\right)^2 + \left(0{,}5 \cdot x\right)^2 \text{ LE}$$
$$\left(\overline{A_n B_n}\right)^2 = 0{,}36x^2 - 7{,}2x + 36 + 0{,}25x^2 \text{ LE}$$
$$\left(\overline{A_n B_n}\right)^2 = 0{,}61x^2 - 7{,}2x + 36 \text{ LE}$$
$$\overline{A_n B_n} = \sqrt{0{,}61x^2 - 7{,}2x + 36} \text{ LE}$$

Nachweis, dass keine Raute mit der Seitenlänge 3 LE existiert.
Anzahl der Lösungen einer quadratischen Gleichung

$$3 = \sqrt{0{,}61x^2 - 7{,}2x + 36}$$
$$9 = 0{,}61x^2 - 7{,}2x + 36$$
$$0{,}61x^2 - 7{,}2x + 27 = 0$$
$$D = (-7{,}2)^2 - 4 \cdot 0{,}61 \cdot 27 = -14{,}04 < 0$$

Es gibt also keine Raute mit Seitenlänge 3

A 1.6 Erkennen des Diagramms für $\overline{A_nB_n}(x) = y$ LE mit Begründung.
graphische Darstellung von Funktionen.

Diagramm a) scheidet aus, da es nach dieser Darstellung zwei Rauten mit Seitenlänge 3 LE gäbe.

Diagramm b) scheidet aus, da es nach dieser Darstellung eine maximale Seitenlänge gäbe, was dem Faktor $a = +0{,}61$ widerspricht.

Somit kommt nur Diagramm c) in Betracht.