

Mathematik II

Nachtermin

Aufgabe D 3

D 3.0 Im Drachenviereck ABCD schneiden sich die Diagonalen [AC] und [BD] im Punkt M. Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über M liegt.

Es gilt: $\overline{AC} = 10 \text{ cm}$, $\overline{MC} = 2,5 \text{ cm}$, $\overline{BD} = 6 \text{ cm}$ und $\overline{MS} = 9 \text{ cm}$

D 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45^\circ$

Berechnen Sie sodann das Maß α des Winkels MAS auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: $\alpha = 50,19^\circ$]

3 P

D 3.2 Die Punkte $P_n \in [AS]$ mit $\overline{P_n S} = x \text{ cm}$ sind die Spitzen von Pyramiden $Q_n BDP_n$, wobei die Punkte Q_n jeweils die Fußpunkte der Lote von P_n auf [AM] sind. Die Winkel $P_n MA$ haben das Maß ε .

Zeichnen Sie die Pyramide $Q_1 BDP_1$ mit $x = 4$ in das Schrägbild zu 3.1 ein und ermitteln Sie rechnerisch, für welche Werte von x es Pyramiden $Q_n BDP_n$ gibt.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [MP₁] und das Maß ε des Winkels $P_1 MA$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{AS} = 11,72 \text{ cm}$; $\overline{MP_1} = 6,46 \text{ cm}$]

4 P

D 3.3 Zeigen Sie, dass für das Volumen $V(x)$ der Pyramiden $Q_n BDP_n$ in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (-0,49x^2 + 5,76x) \text{ cm}^3$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

4 P

D 3.4 Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $Q_1 BDP_1$ am Volumen der Pyramide ABCDS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3 P

D 3.5 Unter den Pyramiden $Q_n BDP_n$ gibt es eine Pyramide $Q_0 BDP_0$, bei der die Länge der Strecke [MP_n] minimal ist.

Berechnen Sie die Länge der Strecke [MP₀] und den zugehörigen Wert für x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

2 P