Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe A** **Aufgabe A 3**

A 3.0 Das gleichschenklig-rechtwinklige Dreieck ABC ist die Grundfläche der Pyramide ABCS. Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Hypotenuse [BC] mit $\overline{BC} = 14\text{ cm}$. Die Pyramidenspitze S ist Eckpunkt des Dreiecks AMS, das senkrecht auf der Grundfläche ABC steht, und es gilt: $\overline{MS} = 10\text{ cm}$ und $\sphericalangle SMA = 80°$.

A 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei [AM] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Berechnen Sie sodann die Länge der Seitenkante [AS] sowie das Maß ε des Winkels MAS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{AS} = 11{,}17\text{ cm}$; $\varepsilon = 61{,}85°$]

A 3.2 Punkte P_n auf der Kante [AS] sind zusammen mit den Punkten B und C die Eckpunkte von Dreiecken BCP_n. Für das Maß φ der Winkel P_nMA soll gelten: $0° < \varphi < 80°$.

Zeichnen Sie den Punkt P_1 und das Dreieck BCP_1 für $\varphi = 40°$ in das Schrägbild zu 3.1 ein.

A 3.3 Zeigen Sie, dass für die Längen $\overline{P_nM}(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{P_nM}(\varphi) = \frac{6{,}17}{\sin(\varphi + 61{,}85°)}\text{ cm}$$

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

A 3.4 Die Dreiecke BCP_n teilen die Pyramide ABCS jeweils in zwei Teilpyramiden:
Die Pyramiden $ABCP_n$ mit der Grundfläche ABC und der jeweiligen Höhe $[P_nF_n]$ mit F_n auf [AM] sowie die Pyramiden $BCSP_n$ mit der Grundfläche BCS und der jeweiligen Höhe $[P_nG_n]$ mit G_n auf [MS].
Zeichnen Sie für P_1 die Höhen $[P_1F_1]$ und $[P_1G_1]$ in das Schrägbild zu 3.1 ein.

A 3.5 Ermitteln Sie rechnerisch die Längen $\overline{P_nF_n}(\varphi)$ und $\overline{P_nG_n}(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ.
Berechnen Sie sodann das Maß für φ, mit dem die Höhe $[P_2F_2]$ doppelt so lang wie die Höhe $[P_2G_2]$ ist. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{P_nF_n}(\varphi) = \frac{6{,}17 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 61{,}85°)}\text{ cm}$; $\overline{P_nG_n}(\varphi) = \frac{6{,}17 \cdot \sin(80° - \varphi)}{\sin(\varphi + 61{,}85°)}\text{ cm}$]