

## Mittlere-Reife-Prüfung 2006 Mathematik I Aufgabe P1

### Aufgabe P1.

In einer Mäusezucht werden jeweils 500 Mäuse in einer Kolonie gehalten. Die Vermehrung der Mäuse lässt sich unter den gegebenen Umständen durch die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $y = 500 \cdot 1,15^{\frac{x}{7}}$  ( $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ) beschreiben. Dabei bedeutet  $y$  die Anzahl der Mäuse nach  $x$  Tagen.

#### Aufgabe P1.1 (2 Punkte)

Um wie viel Prozent erhöht sich der Mäusebestand in einer Woche?

#### Aufgabe P1.2 (1 Punkt)

Wie viele Mäuse müssten nach drei Wochen entnommen werden, um den Anfangsbestand wieder herzustellen? (Auf Ganze runden.)

#### Aufgabe P1.3 (2 Punkte)

Nach wie vielen Tagen hat sich die Anzahl der Mäuse verdoppelt?

## Lösung

### Aufgabe P1.

In einer Mäusezucht werden jeweils 500 Mäuse in einer Kolonie gehalten. Die Vermehrung der Mäuse lässt sich unter den gegebenen Umständen durch die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $y = 500 \cdot 1,15^{\frac{x}{7}}$  ( $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ) beschreiben. Dabei bedeutet  $y$  die Anzahl der Mäuse nach  $x$  Tagen.

#### Aufgabe P1.1 (2 Punkte)

Um wie viel Prozent erhöht sich der Mäusebestand in einer Woche?

#### Lösung zu Aufgabe P1.1

##### *Exponentielles Wachstum*

$$1 \text{ Woche} = 7 \text{ Tage} \quad \Rightarrow \quad x = 7$$

$$y = 500 \cdot 1,15^{\frac{x}{7}}$$

$$y = 500 \cdot 1,15^{\frac{7}{7}} = 500 \cdot 1,15^1$$

$$\Rightarrow \quad 15\%$$

Antwort: Der Mäusebestand erhöht sich in einer Woche um 15%.

#### Aufgabe P1.2 (1 Punkte)

Wie viele Mäuse müssten nach drei Wochen entnommen werden, um den Anfangsbestand wieder herzustellen? (Auf Ganze runden.)

#### Lösung zu Aufgabe P1.2

##### *Exponentielles Wachstum*

$$3 \text{ Wochen} = 21 \text{ Tage} \quad \Rightarrow \quad x = 21$$

$$y = 500 \cdot 1,15^{\frac{x}{7}}$$

$$y = 500 \cdot 1,15^{\frac{21}{7}} = 500 \cdot 1,15^3$$

$$y = 760,4375$$

$$\Rightarrow y \approx 760$$

Anzahl der Mäuse die in einer Woche hinzu gekommen sind:

$$760 - 500 = 260$$

Antwort: Es müssen nach 3 Wochen 260 Mäuse entnommen werden um den Anfangsbestand wieder herzustellen.

### Aufgabe P1.3 (2 Punkte)

Nach wie vielen Tagen hat sich die Anzahl der Mäuse verdoppelt?

### Lösung zu Aufgabe P1.3

#### *Exponentielles Wachstum*

$$y = 500 \cdot 1,15^{\frac{x}{7}}$$

Anfangsbestand: 500 Mäuse

$$\text{Doppelter Bestand: } 2 \cdot 500 = 1000$$

$$1000 = 500 \cdot 1,15^{\frac{x}{7}} \quad | : 500$$

$$2 = 1,15^{\frac{x}{7}} \quad | \log_{1,15}$$

Erläuterung: *Logarithmieren*

Die Exponentialfunktion  $1,5^{\frac{x}{7}}$  kann durch den Logarithmus  $\log_{1,5}$  aufgehoben werden.

$$\text{Beispiel: } 2^x = 8 \iff \log_2 2^x = \log_2 8 \iff x = 3$$

$$\log_{1,15} 2 = \frac{x}{7} \quad | \cdot 7$$

$$x = 7 \log_{1,15} 2$$

$$\Rightarrow x \approx 35$$

Antwort: Nach ca. 35 Tagen hat sich die Anzahl der Mäuse verdoppelt.

