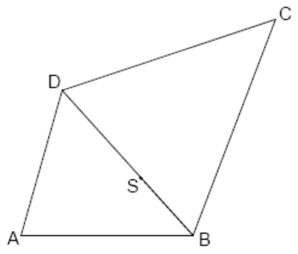
# Mittlere-Reife-Prüfung 2010 Mathematik II Aufgabe A2

**Aufgabe A2.**

Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan einer viereckigen Grünfläche. Gegeben sind folgende Maße:

$\overline{AB} = 78,0$ m ; $\overline{BC} = 105,0$ m ; $\overline{BS} = 35,0$ m ; $\measuredangle BAD = 74°$ ; $\measuredangle DBA = 48°$ ; $\measuredangle CBD = 63°$

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.




**Aufgabe A2.1** (2 Punkte)

Zeichnen Sie das Viereck $ABCD$ im Maßstab 1:1000 und zeichnen Sie den Punkt $S \in [BD]$ ein.

**Aufgabe A2.2** (2 Punkte)

Viele Fußgänger benutzen eine Abkürzung über die Grünfläche, sodass sich bereits ein Trampelpfad gebildet hat, der zwischen den Punkten $B$ und $D$ im Plan verläuft.
Berechnen Sie die Länge der Strecke $[BD]$.

**Aufgabe A2.3** (5 Punkte)

Auf der Grünfläche wird eine große kreisförmige Skateranlage angelegt.
Im Plan bildet der Mittelpunkt $M$ der Strecke $[SC]$ den Mittelpunkt des Kreises $k$. Der Kreis $k$ berührt die Strecke $[BC]$ im Punkt $E$.
Zeichnen Sie die Strecke $[ME]$ und den Kreis $k$ in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt $A$ des Kreises $k$.
[Teilergebnis: $\overline{SC} = 94,4$ m]





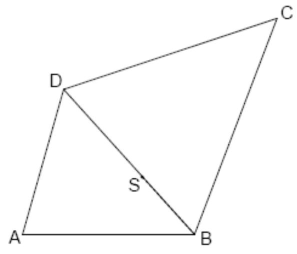
# Lösung

## Aufgabe A2.

Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan einer viereckigen Grünfläche. Gegeben sind folgende Maße:

$\overline{AB} = 78,0$ m ; $\overline{BC} = 105,0$ m ; $\overline{BS} = 35,0$ m ; $\measuredangle BAD = 74°$ ; $\measuredangle DBA = 48°$ ; $\measuredangle CBD = 63°$

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.




**Aufgabe A2.1** (2 Punkte)

Zeichnen Sie das Viereck $ABCD$ im Maßstab 1:1000 und zeichnen Sie den Punkt $S \in [BD]$ ein.

**Lösung zu Aufgabe A2.1**

***Skizze***

Länge der Seiten mit Maßstab 1:1000 bestimmen:

Erläuterung: *Erläuterung*

Maßstab 1:1000 bedeutet, dass 1 cm in der Zeichnung gleich 1000 cm in der Realität ist.

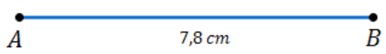
Die Längen der Seiten müssen erst von Meter in Zentimeter umgewandelt werden und dann durch 1000 geteilt werden.

$\overline{AB} = 78\ \text{ m} = 7800\ \text{ cm} \qquad \Rightarrow \qquad \overline{AB} = 7,8\ \text{ cm}$

$\overline{BC} = 105\ \text{ m} = 10500\ \text{ cm} \qquad \Rightarrow \qquad \overline{AB} = 10,5\ \text{ cm}$

$\overline{BS} = 3,5\ \text{ m} = 3500\ \text{ cm} \qquad \Rightarrow \qquad \overline{AB} = 3,5\ \text{ cm}$

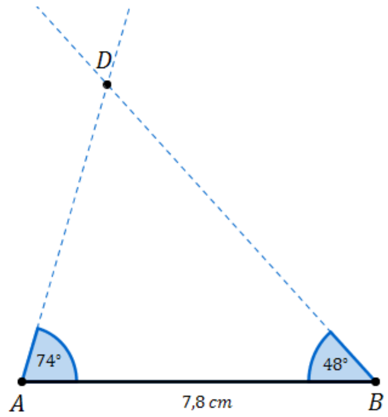
Seite $[AB]$ einzeichnen:



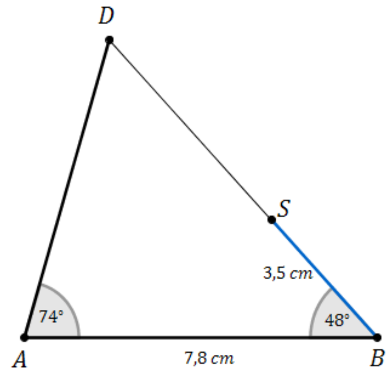

Punkt $D$ einzeichnen:



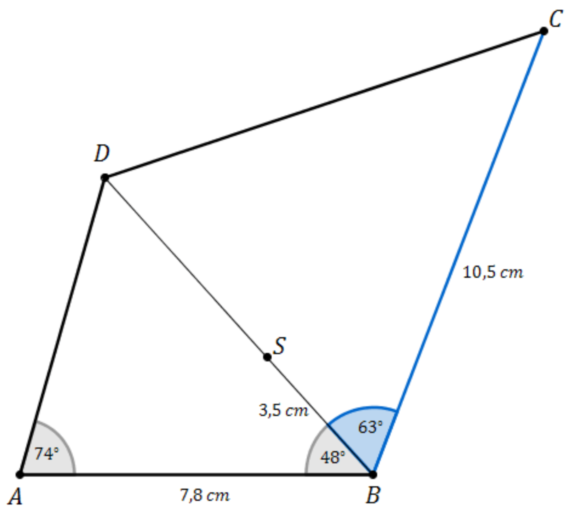





Punkt $S$ einzeichnen:




Punkt $C$ einzeichnen:




**Aufgabe A2.2** (2 Punkte)

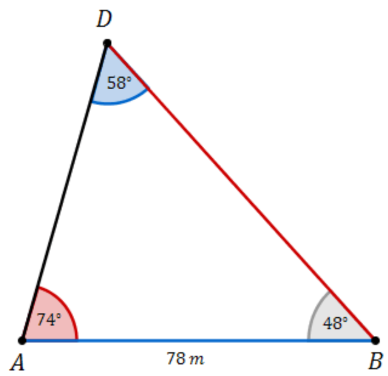
Viele Fußgänger benutzen eine Abkürzung über die Grünfläche, sodass sich bereits ein Trampelpfad gebildet hat, der zwischen den Punkten $B$ und $D$ im Plan verläuft. Berechnen Sie die Länge der Strecke $[B\,D]$.

**Lösung zu Aufgabe A2.2**

***Winkel bestimmen***








Erläuterung: *Winkelsumme im Dreieck*

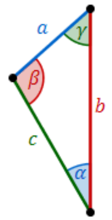
Die Summe der Innenwinkel eines beliebigen Dreiecks ist immer gleich $180^\circ$.

$\measuredangle A\,D\,B = 180^\circ - 74^\circ - 48^\circ = 58^\circ$

***Seite eines Dreiecks bestimmen***

Seite $[B\,D]$ mit dem Sinussatz bestimmen:

Erläuterung: *Sinussatz*




In jedem Dreieck haben die Quotienten aus der Länge einer Seite und dem Sinuswert ihres Gegenwinkels denselben Wert. Es gilt:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

$$\frac{\overline{BD}}{\sin 74°} = \frac{\overline{AB}}{\sin 58°}$$

$$\frac{\overline{BD}}{\sin 74°} = \frac{78}{\sin 58°} \qquad | \quad \cdot\sin 74°$$

$$\overline{BD} = \frac{78}{\sin 58°} \cdot \sin 74°$$

$$\Rightarrow \quad \overline{BD} \approx 88,4 \text{ m}$$

**Aufgabe A2.3** (5 Punkte)

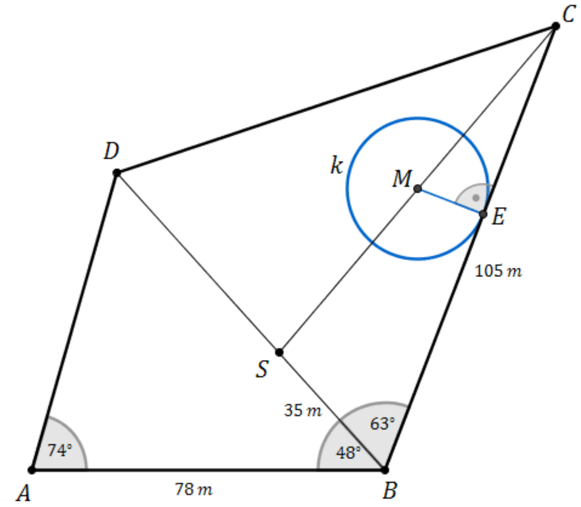
Auf der Grünfläche wird eine große kreisförmige Skateranlage angelegt.
Im Plan bildet der Mittelpunkt $M$ der Strecke $[SC]$ den Mittelpunkt des Kreises $k$. Der Kreis $k$ berührt die Strecke $[BC]$ im Punkt $E$.
Zeichnen Sie die Strecke $[ME]$ und den Kreis $k$ in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt $A$ des Kreises $k$.
[Teilergebnis: $\overline{SC} = 94,4$ m]

**Lösung zu Aufgabe A2.3**

***Skizze***



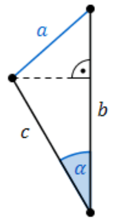





***Seite eines Dreiecks bestimmen***

Seite $[SC]$ mit dem Kosinussatz bestimmen:

Erläuterung: *Kosinussatz*




Sind in einem beliebigen Dreieck zwei Seiten $b$ und $c$ und der von diesen Seiten eingeschlossene Winkel $\alpha$ gegeben, so kann der Kosinussatz angewendet werden:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha$

In diesem Fall sind die Seiten $[BS]$ und $[BC]$ und der Winkel $\measuredangle CBD$ gegeben.

$\overline{SC}^2 = \overline{BS}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{BS} \cdot \overline{BC} \cdot \cos\measuredangle CBD$

$\overline{SC} = \sqrt{35^2 + 105^2 - 2 \cdot 35 \cdot 105 \cdot \cos 63°}$

$\Rightarrow \quad \overline{SC} \approx 94{,}4 \text{ m}$

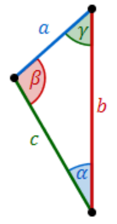
***Winkel bestimmen***

Winkel $\measuredangle SCB$ mit dem Sinussatz bestimmen:





Erläuterung: *Sinussatz*




In jedem Dreieck haben die Quotienten aus der Länge einer Seite und dem Sinuswert ihres Gegenwinkels denselben Wert. Es gilt:

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$

Im Dreieck $BCS$ gilt somit: $\frac{\overline{BS}}{\sin\measuredangle SCB} = \frac{\overline{SC}}{\sin\measuredangle CBD} \iff \frac{\sin\measuredangle SCB}{\overline{BS}} = \frac{\sin\measuredangle CBD}{\overline{SC}}$

$\frac{\sin\measuredangle SCB}{\overline{BS}} = \frac{\sin\measuredangle CBD}{\overline{SC}}$

$\frac{\sin\measuredangle SCB}{35} = \frac{\sin 63°}{94{,}4} \quad | \quad \cdot 35$

$\sin\measuredangle SCB = \frac{\sin 63°}{94{,}4} \cdot 35$

Erläuterung: *Winkel berechnen*

Um den Winkel $\measuredangle SCB$ aus $\sin\measuredangle SCB = \frac{\sin 63°}{94{,}4} \cdot 35$ zu bestimmen, wird im Taschenrechner (TR) folgendes eingegeben:

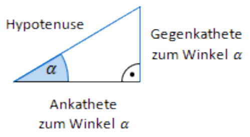
TR: $\frac{\sin 63°}{94{,}4} \cdot 35 \quad \rightarrow \quad \text{SHIFT} \quad \rightarrow \quad \sin$

$\Rightarrow \quad \measuredangle SCB = \sin^{-1}\left(\frac{\sin 63°}{94{,}4} \cdot 35\right) \approx 19{,}3°$

***Seite eines Dreiecks bestimmen***

Radius $\overline{ME}$ bestimmen:

Erläuterung: *Sinus eines Winkels*




Der Sinus eines Winkels $\alpha$ ist ein Seitenverhältnis.

$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete zu } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$$

Gilt nur in rechtwinkligen Dreiecken.

Betrachtet man das rechtwinklige Dreieck $MEC$, so gilt für den Sinus des Winkels $SCB$:

$$\sin 19{,}3^\circ = \frac{\overline{ME}}{\overline{EC}}.$$

Da $M$ der Mittelpunkt der Strecke $[SC]$ ist, ist $\overline{EC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{SC}$.

$$\sin 19{,}3^\circ = \frac{\overline{ME}}{\frac{1}{2} \cdot \overline{SC}}$$

$$\overline{ME} = \frac{1}{2} \cdot 94{,}4 \cdot \sin 19{,}3^\circ$$

$$\Rightarrow \quad \overline{ME} \approx 15{,}6 \text{ m}$$

***Flächeninhalt eines Kreises***

Flächeninhalt von $k$ bestimmen:

$$A = r^2 \cdot \pi$$

$$A = \overline{ME}^2 \cdot \pi$$

$$A = 15{,}6^2 \cdot \pi$$

$$\Rightarrow \quad A \approx 764{,}5 \text{ m}^2$$