

## Mittlere-Reife-Prüfung 2010 Mathematik I Aufgabe A1

### Aufgabe A1.0

In einem Handbuch zur Wetterkunde finden Sie im Kapitel Erdatmosphäre die nebenstehende Tabelle.

Höhe über dem Meeresspiegel	Luftdruck
0 m	1000 hPa
5500 m	500 hPa
11000 m	250 hPa
16500 m	125 hPa
22000 m	63 hPa

Der Zusammenhang zwischen der Höhe  $x$  m über dem Meeresspiegel und dem Luftdruck  $y$  hPa lässt sich demzufolge näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form  $y = y_0 \cdot k^x$  beschreiben ( $G = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ ;  $y_0 \in \mathbb{R}^+$ ;  $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ )

### Aufgabe A1.1 (2 Punkte)

Ermitteln Sie die zugehörige Funktionsgleichung. (Runden Sie den Wert für  $k$  auf sechs Stellen nach dem Komma.)

### Aufgabe A1.2 (1 Punkte)

Berechnen Sie, von welcher Höhe über dem Meeresspiegel an der Luftdruck weniger als 777 hPa beträgt.

### Aufgabe A1.3 (1 Punkte)

Kreuzen Sie an, um wie viel Prozent der Luftdruck alle 11000 m abnimmt.

25%     50%     75%     250%     500%     750%

### Aufgabe A1.4 (1 Punkte)

Begründen Sie ausgehend von der Tabelle zu 1.0, welcher Luftdruck 5500 m unterhalb des Meeresspiegels im „tiefsten (zugänglichen) Bohrloch der Welt“ bei Windischeschenbach zu erwarten wäre.

## Lösung

### Aufgabe A1.0

In einem Handbuch zur Wetterkunde finden Sie im Kapitel Erdatmosphäre die nebenstehende Tabelle.

Höhe über dem Meeresspiegel	Luftdruck
0 m	1000 hPa
5500 m	500 hPa
11000 m	250 hPa
16500 m	125 hPa
22000 m	63 hPa

Der Zusammenhang zwischen der Höhe  $x$  m über dem Meeresspiegel und dem Luftdruck  $y$  hPa lässt sich demzufolge näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form  $y = y_0 \cdot k^x$  beschreiben ( $G = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ ;  $y_0 \in \mathbb{R}^+$ ;  $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ )

### Aufgabe A1.1 (2 Punkte)

Ermitteln Sie die zugehörige Funktionsgleichung. (Runden Sie den Wert für  $k$  auf sechs Stellen nach dem Komma.)

### Lösung zu Aufgabe A1.1

#### **Exponentielles Wachstum**

Gegeben:  $y = y_0 \cdot k^x$  (Art der Funktion)

Gesucht ist die Funktionsgleichung.

Anfangsbestand  $y_0$  bestimmen:

Erläuterung: *Erläuterung*

Aus der Tabelle der Aufgabe 1.0 werden die Werte der ersten Zeile entnommen,  $y = 1000$  und  $x = 0$ , und in die Funktionsgleichung eingesetzt.

$$1000 = y_0 \cdot \underbrace{k^0}_1 \Rightarrow y_0 = 1000$$

Die Funktionsgleichung heißt nun:  $y = 1000 \cdot k^x$

Änderungsrate  $k$  bestimmen:

Erläuterung: *Erläuterung*

Aus der Tabelle der Aufgabe 1.0 werden die Werte der zweiten Zeile entnommen,  $y = 500$  und  $x = 5500$ , und in die Funktionsgleichung eingesetzt.

$$500 = 1000 \cdot k^{5500} \quad | : 1000$$

$$\frac{500}{1000} = k^{5500} \quad | \text{ Wurzel ziehen}$$

$$\sqrt[5500]{\frac{1}{2}} = k$$

$$\Rightarrow k \approx 0,999874$$

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet:  $y = 1000 \cdot 0,999874^x$

#### Aufgabe A1.2 (1 Punkte)

Berechnen Sie, von welcher Höhe über dem Meeresspiegel an der Luftdruck weniger als 777 hPa beträgt.

#### Lösung zu Aufgabe A1.2

##### *Exponentielles Wachstum*

Gegeben:  $y = 1000 \cdot 0,999874^x$ ,  $y = 777$  hPa

Gesucht:  $x$

$x$  bestimmen:

$$777 = 1000 \cdot 0,999874^x \quad | : 1000$$

$$\frac{777}{1000} = 0,999874^x \quad | \text{ logarithmieren}$$

Erläuterung:

Die Exponentialfunktion  $0,999874^x$  kann durch den Logarithmus  $\log_{0,999874}$  aufgehoben werden.

$$\log_{0,999874} 0,999874^x = x$$

$$\log_{0,999874} \frac{777}{1000} = \log_{0,999874} 0,999874^x$$

$$\log_{0,999874} \frac{777}{1000} = x$$

$$\Rightarrow x \approx 2002,4 \text{ m}$$

Ab einer Höhe von 2003 m über dem Meeresspiegel beträgt der Luftdruck weniger als 777 hPa.

#### Aufgabe A1.3 (1 Punkte)

Kreuzen Sie an, um wie viel Prozent der Luftdruck alle 11000 m abnimmt.

25%     50%     75%     250%     500%     750%

#### Lösung zu Aufgabe A1.3

##### *Prozentrechnung*

Höhe über dem Meeresspiegel	Luftdruck
0 m	1000 hPa
5500 m	500 hPa
11000 m	250 hPa
16500 m	125 hPa
22000 m	63 hPa

0 m → 1000 hPa  
 11000 m → 250 hPa

$$\Rightarrow \frac{1000 - 250}{1000} \cdot 100\% = 75\%$$

11000 m → 250 hPa  
 22000 m → 63 hPa

$$\Rightarrow \frac{250 - 63}{250} \cdot 100\% \approx 75\%$$

Der Luftdruck nimmt alle 11000 m um 75% ab.

25%     50%     75%     250%     500%     750%

#### Aufgabe A1.4 (1 Punkte)

Begründen Sie ausgehend von der Tabelle zu 1.0, welcher Luftdruck 5500 m unterhalb des Meeresspiegels im „tiefsten (zugänglichen) Bohrloch der Welt“ bei Windischeschenbach zu erwarten wäre.

#### [Lösung zu Aufgabe A1.4](#)

#### *Exponentielles Wachstum*

Höhe über dem Meeresspiegel	Luftdruck
0 m	1000 hPa
5500 m	500 hPa
11000 m	250 hPa
16500 m	125 hPa
22000 m	63 hPa

Es wäre ein Luftdruck von 2000 hPa zu erwarten.

Begründung: Aus der Tabelle ist abzulesen, dass sich der Luftdruck alle 5500 m halbiert. Im Umkehrschluss wäre es zu erwarten, dass bei 5500 m **unter** dem Meeresspiegel der Luftdruck sich verdoppelt, also von 1000 auf 2000 hPa steigt.