

## Mittlere-Reife-Prüfung 2015 Mathematik I Aufgabe A3

### Aufgabe A3.

Gegeben ist die Funktion  $f_1$  mit der Gleichung  $y = \log_2(x + 2) + 1$  ( $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ).

#### Aufgabe A3.1 (1 Punkt)

Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion  $f_1$  an.

#### Aufgabe A3.2 (2 Punkte)

Bestimmen Sie die nach  $y$  aufgelöste Gleichung der Umkehrfunktion zu  $f_1$ .

#### Aufgabe A3.3 (2 Punkte)

Der Graph der Funktion  $f_2$  hat eine Gleichung der Form  $y = \log_2(-x + a) + 3$  ( $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ;  $a \in \mathbb{R}$ ) und schneidet den Graphen der Funktion  $f_1$  auf der  $y$ -Achse.

Bestimmen Sie den zugehörigen Wert für  $a$ .

## Lösung

### Aufgabe A3.

Gegeben ist die Funktion  $f_1$  mit der Gleichung  $y = \log_2(x + 2) + 1$  ( $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ).

#### Aufgabe A3.1 (1 Punkte)

Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion  $f_1$  an.

#### Lösung zu Aufgabe A3.1

##### *Definitionsmenge einer Funktion*

$$f_1 : y = \log_2(x + 2) + 1$$

Erläuterung: *Logarithmus*

Die Logarithmusfunktion  $\log_2(x + 2) + 1$  ist nur für positive Werte definiert. Man untersucht somit für welche  $x$ -Werte gilt:  $x + 2 > 0$ .

$$x + 2 > 0 \quad | - 2$$

$$x > -2$$

$$D = ] - 2; \infty[$$

#### Aufgabe A3.2 (2 Punkte)

Bestimmen Sie die nach  $y$  aufgelöste Gleichung der Umkehrfunktion zu  $f_1$ .

#### Lösung zu Aufgabe A3.2

##### *Umkehrfunktion bestimmen*

$$f_1 : y = \log_2(x + 2) + 1$$

Erläuterung: *Umkehrfunktion*

Die Umkehrfunktion wird bestimmt indem man  $x$  und  $y$  vertauscht und anschließend nach  $y$  auflöst.

$$x = \log_2(y + 2) + 1$$

$$x = \log_2(y + 2) + 1 \quad | -1$$

$$x - 1 = \log_2(y + 2) \quad | 2^x$$

Erläuterung: *Entlogarithmieren*

Der Logarithmus  $\log_2$  kann durch die Exponentialfunktion  $2^x$  aufgehoben werden.

$$\text{Beispiel: } \log_2 x = 3 \quad \Leftrightarrow \quad 2^{\log_2 x} = 2^3 \quad \Leftrightarrow \quad x = 8$$

$$2^{x-1} = y + 2 \quad | -2$$

$$y = 2^{x-1} - 2$$

$\Rightarrow$  Die Umkehrfunktion lautet  $f^{-1}: y = 2^{x-1} - 2$

### Aufgabe A3.3 (2 Punkte)

Der Graph der Funktion  $f_2$  hat eine Gleichung der Form  $y = \log_2(-x + a) + 3$  ( $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ;  $a \in \mathbb{R}$ ) und schneidet den Graphen der Funktion  $f_1$  auf der  $y$ -Achse.

Bestimmen Sie den zugehörigen Wert für  $a$ .

### Lösung zu Aufgabe A3.3

#### *Schnittpunkt zweier Funktionen*

Schnittpunkt bestimmen:

Erläuterung: *Schnittpunkt mit der x-Achse*

Schneidet den Graphen auf der  $y$ -Achse  $\Rightarrow x = 0$

$$f_1(0) = \log_2(0 + 2) + 1 = \underbrace{\log_2(2)}_1 + 1 = 2$$

(0|2) Schnittpunkt

$a$  bestimmen:

$$2 = \log_2(-0 + a) + 3 \quad | -3$$

$$-1 = \log_2(a) \quad | 2^x$$

$$a = 2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$$